

# 宽带 DOA 估计的频域时延补偿算法

张兴良<sup>1,2</sup>, 樊甫华<sup>1</sup>

(1. 国防科技大学电子对抗学院, 安徽合肥 230037; 2. 中国人民解放军 94855 部队, 浙江衢州 324001)

**摘要:** 针对宽带波达方向(Direction of Arrival, DOA)估计中导向矢量的频率不一致问题, 提出一种新算法. 首先对搜索方向信号进行时延补偿, 使其与法线方向信号具有相同的阵列时延特征, 同时将其它方向信号当作噪声处理, 然后计算子空间的正交性并将其作为该搜索方向上空间谱值, 最后给出快速算法以降低运算量. 由于滤波器的群时延值不能任意改变, 采用频域方法实现时延补偿. 新算法不需要预估信号源数目和 DOA 初值, 且仿真结果表明: 在信号源互不相关和功率谱密度分布平坦的前提下, 新算法分辨率更高、估计误差更小.

**关键词:** 波达方向; 宽带信号; 方向聚焦; 频域方法; 时延补偿

**中图分类号:** TN911      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2018)07-1633-06

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>      **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2018.07.013

## DOA Estimation Algorithm for Wideband Signals Using Delay Compensation Method in Frequency Domain

ZHANG Xing-liang<sup>1,2</sup>, FAN Fu-hua<sup>1</sup>

(1. College of Electronic Engineering, National University of Defense Technology, Hefei, Anhui 230037, China;  
2. 94855 Unit of PLA, Quzhou, Zhejiang 324001, China)

**Abstract:** To settle the variability of steering vector with frequency in direction of arrival (DOA) estimation for wideband signals, a new algorithm is proposed. First, the array delays of the signal in search direction are compensated to have the same characteristics as that in normal direction. Meanwhile, the signals in other directions are processed as noise. Then, the value of spatial spectrum in search direction is measured by the computed orthogonality of subspaces. Finally, to improve the computational efficiency, a fast algorithm is used in the new algorithm. Because the delay of filter can not be changed arbitrarily, a frequency domain method is adopted to compensate the array delays with compensation matrix. The new algorithm doesn't require the number of sources or the initial values of DOAs. More than this, the results of simulation experiments show that it performs better than existing algorithms in terms of the resolution and the estimation error when the received signals are incoherent and their power spectral distributions are smooth.

**Key words:** direction of arrival; wideband signal; direction focusing; frequency domain method; delay compensation

### 1 引言

波达方向(Direction of Arrival, DOA)估计是阵列信号处理领域的主要研究方向之一, 在通信、导航、频谱监测等许多重要领域都有广泛应用. 传统的 DOA 估计方法有幅相(幅度或相位)法<sup>[1]</sup>、波束形成法<sup>[2]</sup>、最大似然法<sup>[3]</sup>等, 但幅相法只能对一个信号进行测向, 波束形成法的分辨率受到瑞利限的约束, 最大似然法的运算量惊人. 上世纪 80 年代出现了子空间类算法<sup>[4]</sup>, 不仅能对多个信号同时测向, 而且具有较高的分辨率. 近年来, 信

号稀疏表示理论被应用到 DOA 估计<sup>[5-7]</sup>中, 但其运算量巨大, 且难以保证成功率. 就工程实践而言, 子空间类算法最为实用. 但对于宽带 DOA 估计, 一些经典的子空间类算法不能直接使用, 因为宽带阵列的导向矢量具有频率不一致性, 致使入射信号对应的子空间无法确定. 导向矢量的频率不一致性指的是: 在宽带信号入射方向保持不变的情况下, 其不同频率分量对应的导向矢量不一致. 解决该问题的途径主要有两种, 即频率分解和频率聚焦. 非相干信号子空间方法(Incoherent Signal Subspace Method, ISSM)<sup>[8]</sup>利用频率分解的思想, 使

每个频率分量在子空间独立工作,但由于不能发挥相干数据积累效应,抗噪声能力较弱.对此,Yoon 等人<sup>[9]</sup>提出正交性测试(Test of Orthogonality of Projected Subspaces, TOPS)算法,但容易出现伪峰.李焜等<sup>[10]</sup>对 TOPS 算法进行改进,但抗噪声能力依然有限.相干信号子空间方法(Coherent Signal Subspace Method, CSSM)<sup>[11]</sup>利用频率聚焦的思想,通过聚焦矩阵将各频率分量聚焦到同一参考频率实现相干积累,因此具有较强的抗噪声能力和较高的精度,但频率聚焦需要先进行 DOA 预估计,且其对预估计误差敏感.Feng 等<sup>[12]</sup>利用 Khatri-Rao 子空间<sup>[13]</sup>进行聚焦,提高了估计性能,但与传统的 CMMS 类算法在本质上没有区别,仍需 DOA 预估计.Pal 等<sup>[14]</sup>采用阵列自相关矩阵构造聚焦矩阵以避免 DOA 预估计,但降低了估计性能.

本文研究发现,导向矢量在法线方向上具有频率一致性,因此其频率不一致性并不是绝对的.这为本文提供了重要启示:“方向聚焦”,即将非法线方向上的信号“聚焦”到法线方向上,再适用子空间类方法.本文安排如下:首先建立宽带阵列信号模型;然后提出“方向聚焦”的思想,再由此得到一种新算法,并对采用频域方法而非滤波方法实现时延补偿的原因作说明;最后为验证本文算法的性能,将其与传统算法仿真比较.

## 2 宽带阵列信号模型

为简化分析,在下列假设下建立宽带阵列信号模型:

- (1) 所有信号均来自远场信号源,且信道是理想的,即信号在传播过程中没有发生畸变;
- (2) 阵元间距小于入射信号最小波长的一半;
- (3) 所有入射信号相互独立,所有阵元接收噪声相互独立,且信号与噪声也相互独立.

以图 1 所示均匀线阵为例,阵元(Sensor)间距为  $d$ ,信号  $s_i(t)$  的入射角为  $\varphi_i$ ,且  $-\pi/2 \leq \varphi_i \leq \pi/2, i = 1, 2, \dots, J$ .以第一个阵元为参考阵元, $s_i(t)$  到达阵元  $m$  的时延为

$$\tau_{m,i} = \frac{(m-1)d \sin \varphi_i}{c} \quad (1)$$

$c$  为光速.令

$$\boldsymbol{\tau}_i = [\tau_{1,i} \quad \tau_{2,i} \quad \dots \quad \tau_{M,i}]^T \quad (2)$$

根据所表征的物理意义,称  $\boldsymbol{\tau}_i$  为信号  $s_i(t)$  的阵列时延.阵列输出信号为

$$\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T \quad (3)$$

其中,第  $m$  个阵元的输出信号为

$$x_m(t) = \sum_{i=1}^J s_i(t - \tau_{m,i}) + n_m(t) \quad (4)$$

$n_m(t)$  为阵元  $m$  的接收噪声.

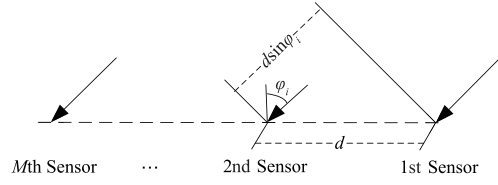


图1 均匀线阵结构

宽带信号  $s_i(t)$  可以看作是  $J$  个频率不重叠的窄带分量的叠加,即

$$s_i(t) = \sum_{j=1}^J s_{i,f_j}(t) \quad (5)$$

$s_{i,f_j}(t)$  是  $s_i(t)$  的第  $j$  个子带信号,其频率为  $f_j$ . 则

$$\mathbf{x}_m(t) = \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I s_{i,f_j}(t - \tau_{m,i}) + n_m(t) \quad (6)$$

因此,  $\mathbf{x}(t)$  可以表示为

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{j=1}^J \mathbf{A}(f_j) \mathbf{s}_j(t) + \mathbf{n}(t) \quad (7)$$

$$\mathbf{A}(f_j) = [\mathbf{a}(f_j, \varphi_1) \quad \mathbf{a}(f_j, \varphi_2) \quad \dots \quad \mathbf{a}(f_j, \varphi_I)] \quad (8)$$

$$\mathbf{a}(f_j, \varphi_i) = [\exp(-j2\pi f_j \tau_{1,i}) \quad \exp(-j2\pi f_j \tau_{2,i}) \quad \dots \quad \exp(-j2\pi f_j \tau_{M,i})]^T \quad (9)$$

$$\mathbf{s}_j(t) = [s_{1,f_j}(t) \quad s_{2,f_j}(t) \quad \dots \quad s_{I,f_j}(t)]^T \quad (10)$$

$\mathbf{a}(f_j, \varphi_i)$  为第  $j$  个子带在  $\varphi_i$  方向上对应的导向矢量,  $\mathbf{A}(f_j)$  为第  $j$  个子带对应的阵列流型.

对  $\mathbf{x}(t)$  进行采样并进行离散傅里叶变换得

$$\mathbf{X}(f) = [\mathbf{X}(f_1) \quad \mathbf{X}(f_2) \quad \dots \quad \mathbf{X}(f_J)] \quad (11)$$

其中

$$\mathbf{X}(f_j) = \mathbf{A}(f_j) \mathbf{S}(f_j) + \mathbf{N}(f_j) \quad (12)$$

$$\mathbf{S}(f_j) = [S_1(f_j) \quad S_2(f_j) \quad \dots \quad S_I(f_j)]^T \quad (13)$$

$$\mathbf{N}(f_j) = [N_1(f_j) \quad N_2(f_j) \quad \dots \quad N_M(f_j)]^T \quad (14)$$

$$\mathbf{X}(f_j) = [X_1(f_j) \quad X_2(f_j) \quad \dots \quad X_M(f_j)]^T \quad (15)$$

$X_m(f_j)$ 、 $S_i(f_j)$  和  $N_m(f_j)$  均为相应的  $J$  点离散傅里叶变换得到的第  $j$  个子带值.

## 3 时延补偿 DOA 估计算法

从式(9)中可以看出,宽带阵列的导向矢量与频率相关,即具有频率不一致性,这给宽带 DOA 估计带来了很大困难.但若信号从法线方向(角度为  $0^\circ$ )入射,则

$$\mathbf{a}(f_j, \varphi_i) = \mathbf{a}(f_j, 0) = [1 \quad 1 \quad \dots \quad 1]^T = \boldsymbol{\Gamma} \quad (16)$$

不同频率对应的导向矢量均为  $\boldsymbol{\Gamma}$ ,可见宽带阵列导向矢量的频率不一致性并不是绝对的,其在(且仅在)法线方向上具有频率一致性.

### 3.1 算法原理

由式(1)可知,信号的方向和阵列时延是一一对应的,具有空时等价性.所谓的“方向聚焦”本质上就是时延补偿.具体分析如下:

- (1) 假设  $\varphi_1 = 0$ ,即法线方向存在某入射信号  $s_1(t)$ ,则

$$\mathbf{a}(f_j, \varphi_1) = \mathbf{\Gamma} \quad j=1, 2, \dots, J \quad (17)$$

代入式(7)可得

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= \mathbf{\Gamma} s_1(t) + \sum_{j=1}^{j=J} \mathbf{A}'(f_j) s'_{f_j}(t) + \mathbf{n}(t) \\ &= \mathbf{\Psi}^T \mathbf{Z}(t) + \mathbf{n}(t) \end{aligned} \quad (18)$$

其中

$$\mathbf{\Psi} = [\mathbf{\Gamma} \quad \mathbf{A}'(f_1) \quad \mathbf{A}'(f_2) \quad \dots \quad \mathbf{A}'(f_J)]^T \quad (19)$$

$$\mathbf{Z}(t) = [s_1(t) \quad s'_{f_1}(t) \quad s'_{f_2}(t) \quad \dots \quad s'_{f_J}(t)]^T \quad (20)$$

$$\mathbf{A}'(f_j) = [\mathbf{a}(f_j, \varphi_2) \quad \mathbf{a}(f_j, \varphi_3) \quad \dots \quad \mathbf{a}(f_j, \varphi_I)] \quad (21)$$

$$s'_{f_j}(t) = [s_{2,f_j}(t) \quad s_{3,f_j}(t) \quad \dots \quad s_{I,f_j}(t)]^T \quad (22)$$

$\mathbf{x}(t)$  的协方差矩阵为

$$\mathbf{R} = \mathbf{E}[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)] = \mathbf{\Psi}\mathbf{S}\mathbf{\Psi}^H + \sigma^2\mathbf{I} \quad (23)$$

$\mathbf{S} = \mathbf{E}[\mathbf{Z}(t)\mathbf{Z}^H(t)]$ ,  $\sigma^2$  为阵列接收噪声方差,且  $\sigma^2\mathbf{I} = \mathbf{E}[\mathbf{n}(t)\mathbf{n}^H(t)]$ .

在一定条件下(见 2.5 小节)可以认为:在  $\mathbf{Z}(t)$  中,仅  $s_1(t)$  为信号,其他分量均可等价为噪声.对  $\mathbf{R}$  特征分解,最大特征值对应的特征向量张成信号子空间,记作  $\mathbf{E}_S$ ,则  $\mathbf{E}_S$  与  $\mathbf{\Gamma}$  等价,其余特征值对应的特征向量张成噪声子空间,记作  $\mathbf{E}_N$ .根据子空间的性质,  $\mathbf{E}_N$  与  $\mathbf{\Gamma}$  正交.

(2) 若  $\varphi_1 \neq 0$ ,则  $s_1(t)$  到达各阵元的时间不一致,即时延  $\tau_{m,1} \neq \tau_{p,1} \neq 0, m \neq p$ ,此时分析(1)不成立.为此,预先对输出信号进行时延补偿,使得  $\boldsymbol{\tau}_1 = [0 \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T$ ,将该过程称为“方向聚焦”.为保证系统的因果性,阵元  $m$  的时延补偿值为

$$\zeta_m = \tau' - \tau_{m,1} \quad \text{且} \quad \tau' = \begin{cases} 0, & \tau_{M,1} \leq 0 \\ \tau_{M,1}, & \tau_{M,1} > 0 \end{cases} \quad (24)$$

输出信号经时延补偿后为

$$\begin{aligned} x_m(t) &= \sum_{j=1}^{j=J} \sum_{i=1}^{i=I} s_{i,f_j}(t - \tau_{m,i} - \zeta_m) + n_m(t - \zeta_m) \\ &= s_1(t - \tau') + \sum_{j=1}^{j=J} \sum_{i=2}^{i=I} s_{i,f_j}(t - \tau_{m,i} - \zeta_m) \\ &\quad + n_m(t - \zeta_m) \end{aligned} \quad (25)$$

时延补偿后  $s_1(t - \tau')$  与  $m$  没有关系,仍相当于从法线方向入射.可见,通过“方向聚焦”可使本小节分析(1)中的结论依然成立.

(3) 若  $\varphi_1$  方向没有信号,则  $\mathbf{E}_N$  与  $\mathbf{\Gamma}$  不正交,且此时  $\mathbf{E}_S$  对应的特征值相对较小.因此,有两个参数可作为判别搜索方向上是否有信号的标准:一是子空间的正交性,即  $\mathbf{E}_N$  与  $\mathbf{\Gamma}$  的正交性;二是特征值特性,即  $\mathbf{E}_S$  对应的特征值的相对大小关系.特征值特性本质上属于幅度法,分辨率远低于子空间方法,因此本文不予采用.

在每个搜索方向上分别进行时延补偿,使其对应的导向矢量具有频率一致性,再利用子空间的正交性

构造空间谱,最后通过谱峰搜索得到所有入射信号方向.这就是本文算法的基本原理.

### 3.2 时延补偿方法

为防止宽带信号发生畸变,要求时延补偿系统的群时延必须为常数,与频率不相关.设阵元  $m$  对应的时延补偿系统的传递函数为

$$H_m(e^{j\omega}) = |H_m(e^{j\omega})| e^{jQ_m(\omega)} \quad (26)$$

$|H_m(e^{j\omega})|$  为幅频响应,  $Q_m(\omega)$  为相频响应.则

$$|H_m(e^{j\omega})| = \varepsilon, \quad w_l \leq \omega \leq w_h, \quad 1 \leq m \leq M \quad (27)$$

$$d[Q_m(\omega)]/d\omega = \zeta_m, \quad w_l \leq \omega \leq w_h, \quad 1 \leq m \leq M \quad (28)$$

$w_l$  和  $w_h$  分别为宽带信号的最低角频率和最高角频率;  $\varepsilon$  为增益常数;  $\zeta_m$  为该系统的群时延常数.虽然 FIR 滤波器的群时延为常数,但不适用于本文.因为 FIR 滤波器的群时延是由滤波器的阶数决定的,但根据式(1),本文要求群时延由搜索方向和阵元间距共同决定.

考虑到时域方法和频域方法具有等效性,本文采用频域补偿矩阵实现时延补偿.定义第  $j$  个子带对应的补偿矩阵  $\mathbf{H}(f_j)$  为

$$\mathbf{H}(f_j) = \text{diag}[\mathbf{a}^H(f_j, \varphi)] \quad (29)$$

$\varphi$  为搜索方向.用  $\mathbf{H}(f_j)$  对式(12)中  $\mathbf{X}(f_j)$  补偿,则

$$\mathbf{X}'(f_j) = \mathbf{H}(f_j)\mathbf{X}(f_j) = \mathbf{H}(f_j)\mathbf{A}(f_j)\mathbf{S}(f_j) + \mathbf{G}(f_j) \quad (30)$$

$\mathbf{G}(f_j) = \mathbf{H}(f_j)\mathbf{N}(f_j)$ .若该方向上存在某信号  $s_1(t)$ ,则

$$\begin{aligned} \mathbf{X}'(f_j) &= [\mathbf{\Gamma} \quad \mathbf{a}(f_j, \varphi_2) \quad \otimes \mathbf{a}(f_j, \varphi_1) \\ &\quad \dots \quad \mathbf{a}(f_j, \varphi_I) \quad \otimes \mathbf{a}(f_j, \varphi_1)] \cdot \\ &\quad [s_1(f_j) \quad s_2(f_j) \quad \dots \quad s_I(f_j)]^T + \mathbf{G}(f_j) \end{aligned} \quad (31)$$

$$\mathbf{X}'(f) = [\mathbf{X}'(f_1) \quad \mathbf{X}'(f_2) \quad \mathbf{X}'(f_J)] \quad (32)$$

$\otimes$  表示点乘.信号  $s_1(f_j)$  对应的导向矢量均为  $\mathbf{\Gamma}$ ,与频率不相关,符合“方向聚焦”的要求.

### 3.3 算法步骤

综上所述,本文算法步骤如下:

(1) 设置搜索范围和搜索步进  $\Delta\theta$ ,最大搜索范围为  $[-\pi/2, \pi/2]$ ,以  $\theta_1 = -\pi/2$  为起点;

(2) 设定离散傅里叶变换的点数  $J$ ,对阵列输出信号进行 FFT 运算,得到  $\mathbf{X}(f_j)$ ;

(3) 计算当前方向上信号到达各阵元的时间延迟  $\zeta_m$ ,并由式(29)计算补偿矩阵  $\mathbf{H}(f_j)$ ;

(4) 按式(30),利用  $\mathbf{H}(f_j)$  对  $\mathbf{X}(f_j)$  补偿,得到  $\mathbf{X}'(f_j), j=1, 2, \dots, J$ ,代入式(32)得到  $\mathbf{X}'(f)$ ;

(5) 计算  $\mathbf{R}_j = \mathbf{E}[\mathbf{X}'(f)\mathbf{X}'^H(f)]$ ,对  $\mathbf{R}_j$  特征分解,得到信号子空间  $\mathbf{E}_S$  和噪声子空间  $\mathbf{E}_N$ .

(6) 构造空间谱函数,  $\theta_1$  方向上的谱函数值为

$$P(\theta_1) = \frac{1}{\mathbf{\Gamma}^H \mathbf{E}_N \mathbf{E}_N^H \mathbf{\Gamma}} \quad (33)$$

(7) 进入下一方向  $\theta_2 = \theta_1 + \Delta\theta$ , 按步骤(3) - (6) 计算  $P(\theta_2)$ . 依此类推, 得到空间谱  $P(\theta)$ .

(8) 搜索  $P(\theta)$  所有谱峰所在的位置  $\theta_k, k = 1, 2, \dots, K$ . 则  $\theta_k$  为入射方向,  $K$  为信号源数目.

### 3.4 快速算法

本文算法计算量较大, 在实时性要求较高的场合下难以适用. 为此, 同时采用以下方法改进:

(1) 所有搜索方向上对应的补偿矩阵均提前计算并存入数据库, 使用时直接查找使用.

(2) 消除式(33)中的冗余运算. 令

$$O = \sum_{m=1}^M [E_N]_{m,h} \quad (34)$$

$$U_h = \text{Re}[O] \quad h = 1, 2, \dots, M-1 \quad (35)$$

$$V_h = \text{Im}[O] \quad h = 1, 2, \dots, M-1 \quad (36)$$

$[E_N]_{m,h}$  表示  $E_N$  的第  $m$  行第  $h$  列的元素,  $\text{Re}[\cdot]$  和  $\text{Im}[\cdot]$  分别为复数  $\cdot$  的实部和虚部. 则式(33)简化为

$$P(\theta_1) = \frac{1}{\sum_{h=1}^{M-1} U_h^2 + \sum_{h=1}^{M-1} V_h^2} \quad (37)$$

(3) 减少特征分解次数. 本文算法在所有搜索方向上都进行时延补偿和特征分解, 这是造成运算量问题的主要原因. 实际上, 入射信号源数目和算法分辨率都是有限的, 对所有搜索方向都进行搜索没有必要. 因此, 采用由疏到密的搜索方式, 可大幅减少搜索次数. 具体步骤如下:

(a) 设置较大的步进  $g_1 \cdot \Delta\theta$ , 按 2.3 小节进行谱估计, 得到所有谱峰位置  $\theta'_k, k = 1, 2, \dots, K$ .

(b) 减小搜索步进至  $g_2 \cdot \Delta\theta, g_1 \geq 2g_2$ , 在区间  $[\theta'_k - g_1 \cdot \Delta\theta, \theta'_k + g_1 \cdot \Delta\theta]$  内谱估计, 并更新  $\theta'_k$ .

(c) 按步骤(b)循环, 逐步减小搜索步进, 直至  $\Delta\theta$ , 并得到最终的谱峰位置  $\theta_k, k = 1, 2, \dots, K$ .

### 3.5 算法分析

适用本文算法需要满足两个前提条件:

(1) 所有宽带信号的窄带分量互不相关. 如果是相关(干)宽带信号情形, 则必定发生一定程度的相干叠加, 导致第 1 节建立的模型不再适用.

(2) 每个宽带信号  $s_i(t)$  的功率  $\text{power}[s_i(t)]$  远大于任一宽带信号在各频率上分量  $s_{k,f_j}(t)$  的功率  $\text{power}[s_{k,f_j}(t)]$ , 即

$$\text{power}[s_i(t)] \gg \text{power}[s_{k,f_j}(t)] \quad (38)$$

$i = 1, 2, \dots, I, k = 1, 2, \dots, I, j = 1, 2, \dots, J$ . 即每个宽带信号的能量都不能聚集在某些窄带分量上. 若式(38)的条件得不到满足, 则不能认为式(20)中仅  $s_1(t)$  为信号, 导致 2.1 小节中分析(1)不成立.

条件(1)的充要条件是所有宽带入射信号互不相关. 只要不存在多径干扰, 条件(1)通常是能够满足的.

条件(2)的充要条件是所有宽带信号功率谱分布平坦. 一般情况下, 条件(2)也是成立的.

本文算法主要特点如下:

(1) 本文算法属于 CMMS 类算法. 通过“方向聚焦”, 搜索方向对应的导向矢量变为  $\Gamma$ , 与频率不相关, 因此信号的能量得到积累, 提高了性能. 这与 ISSM 类算法有着本质区别.

(2) 本文算法无需预估信号源数目和 DOA 初值. 计算空间谱  $P(\theta)$  之后, 可以根据谱峰数目得到信号源数目. 另外, 本文算法无需 DOA 初值, 因此不受 DOA 预估估计误差的影响.

(3) 本文算法不存在伪峰. 只有当噪声子空间  $E_N$  与矢量  $\Gamma$  的正交性不确定时才会出现伪峰. 按式(24)对各频率分量以相同的时延进行补偿, 没有使频率分量无规律化, 所以“方向聚焦”后,  $E_N$  与  $\Gamma$  的正交性是确定且有规律的.

(4) 本文算法的计算量较大, 适用于实时性要求不高的场合, 但采用快速算法可将计算量降低到可接受的范围之内.

## 4 仿真分析

将本文算法与 ISSM 算法、CMMS 算法和 TOPS 算法进行比较, 其中 CMMS 算法采用文献[16]的 RSS 算法. 本文算法及其快速算法分别简称为 DCF 算法和 FD-CF 算法.

### 4.1 算法有效性验证

仿真条件: 均匀线阵, 阵元数目为 10, 阵元间距为 1.2m, 两等功率不相关信号(线性调频信号)入射阵列, 方向分别为  $-30^\circ$  和  $30^\circ$ , 频率范围为 100 ~ 120MHz, 信噪比为 0dB, 采样频率为 400MHz, 快拍数为  $2e10$  (2 的 10 次方), 步进  $\Delta\theta$  为  $0.2^\circ$ . ISSM 算法和 TOPS 算法都需要对采样信号进行分段, 设置分段数均为  $2e4$ , 即每段长度为  $2e6$ , RSS 算法的预估计误差设置为 2.5%.

图 2 是某次运算归一化结果. 可以看出, 四种算法均可以估计信号方位, 但估计效果差别较大. 其中, TOPS 算法分辨率低, 且伪峰严重, ISSM 算法的分辨效果不及 RSS 算法和本文算法, 而本文算法效果最优. 另外, RSS 算法误差较大, 受预估计误差影响明显. 仿真证明本文算法是有效的.

### 4.2 分辨性能比较

仿真条件: 同 3.1 设置, 但信噪比设为  $-10\text{dB}$ . 分别在信号入射角度相距  $120^\circ$  ( $-45^\circ$  和  $75^\circ$ )、 $90^\circ$  ( $-45^\circ$  和  $45^\circ$ )、 $60^\circ$  ( $-45^\circ$  和  $15^\circ$ )、 $30^\circ$  ( $-20^\circ$  和  $10^\circ$ )、 $10^\circ$  ( $-5^\circ$  和  $5^\circ$ ) 的条件下, 做 500 次 Monte-Carlo 实验并统计比较四种算法的平均分辨率. 分辨率参数反映的是算法对多信号的区分能力, 设  $\theta_1$  和  $\theta_2$  分别为两信号的入射角

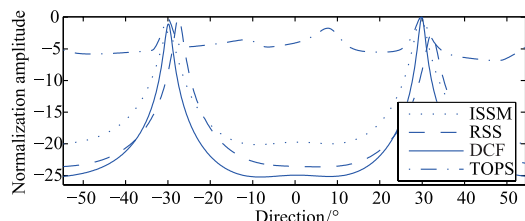


图2 DOA估计效果

度,  $\theta_2 > \theta_1$ , 本文对分辨率的定义为

$$\rho = \frac{[P(\theta_1) + P(\theta_2)]}{2} - P_{\min} \quad (39)$$

$$P_{\min} = \min\{P(\theta_1), P(\theta_1 + \Delta\theta), \dots, P(\theta_2)\} \quad (40)$$

以 dB 计, 统计结果见表 1. 横向比较. 两信号的入射角度相距越大, 分辨率越高, 但本文算法在角度相距  $60^\circ$  时, 分辨率达到最高; 纵向比较, TOPS 算法的分辨性能最差, ISSM 算法表现一般, 本文算法的分辨率最高.

表 1 分辨率

角距( $^\circ$ ) 算法	10	30	60	90	120
TOPS	0.896	1.795	1.910	3.026	3.485
RSS	2.058	10.79	11.54	11.96	12.36
ISSM	1.541	7.836	7.749	8.517	8.705
DCF	2.873	12.04	14.27	13.86	13.21

### 4.3 误差性能比较

DOA 估计的成功率、估计误差及其方差等性能指标通常与算法的类型、算法参数(如搜索步进)、信噪比有关. 本小节在算法参数和信噪比相同的情况下, 比较不同类型算法的性能.

仿真条件: 同 3.1 设置. 在每一信噪比条件下, 分别通过 500 次 Monte-Carlo 实验比较四种算法的估计成功率、平均估计误差和估计方差三种性能参数. 其中, 只要某次估计误差小于  $2^\circ$ , 则认为该次估计成功, 平均估计误差和估计方差只对所有估计成功的结果进行统计.

图 3 ~ 5 分别是三种参数的比较结果. 由图 3 可知, ISSM 算法的估计成功率明显高于 RSS 算法, 但不及本文算法. 低信噪比情况下, TOPS 算法最差; 当信噪比改善后, RSS 算法最差. 在图 4 中, 随着信噪比的提高, 四种算法的平均估计误差均大幅降低. 其中, 信噪比较低时, TOPS 算法估计误差高于其它算法; 在信噪比提高后, RSS 算法受 DOA 预估计误差影响的问题逐渐暴露出来, 其误差明显高于其它算法. 通过图 5 可以看出, 与其它算法相比, TOPS 算法在估计误差方面较差, 而本文算法相对优越.

### 4.4 计算量比较

仿真条件: 同 3.1, 分别设置 2 个信号( $-30^\circ$  和  $30^\circ$ )

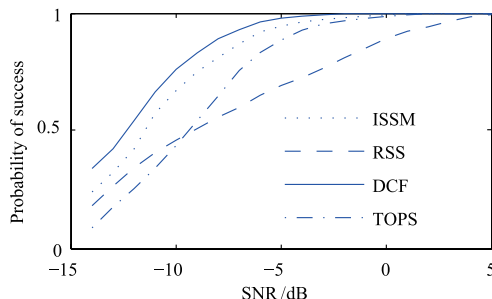


图3 估计成功率

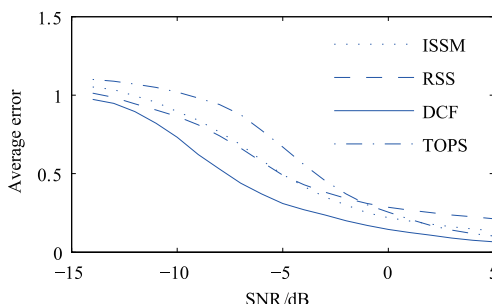


图4 平均估计误差

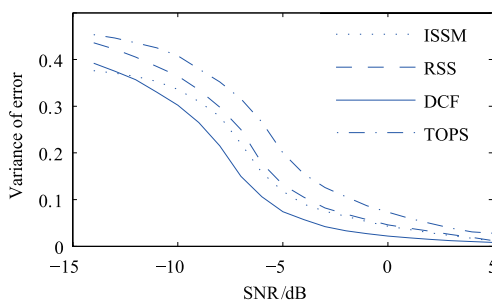


图5 估计误差的方差

和 3 个信号( $-60^\circ$ 、 $-30^\circ$  和  $30^\circ$ ) 的情形, 通过 100 次 Monte-Carlo 实验观测算法运算时间. 其中, 本文快速算法的搜索步进逐级设置为  $8\Delta\theta$ 、 $4\Delta\theta$ 、 $2\Delta\theta$ 、 $\Delta\theta$ . 以 VC++ 2005 为仿真软件, 在华硕 FL5900 电脑上上进行实验.

表 2 平均运算时间(ms)

算法 信源数	ISSM	RSS	TOPS	DCF	FDCF
2	16.05	18.07	24.22	221.6	27.53
3	15.46	18.38	24.84	222.3	28.12

表 2 是仿真结果, 可以看出, 本文算法的运算时间比传统算法大得多, 但其快速算法可将运算时间降低至合理水平.

## 5 结束语

宽带阵列导向矢量在法线方向上具有频率一致性, 本文发现该性质并由此提出“方向聚焦”的思想, 进而得到一种新的宽带 DOA 估计算法. 由于通过“方向聚

焦”实现了同一信号各频率分量的相干积累,本文算法性能优异.同时,本文算法不需要预估信号源数目和 DOA 初值,克服了已有算法的缺点,因此更加符合工程实际.虽然本文算法的优异性能以牺牲一定计算量为代价,但通过快速算法可将计算量降低至可接受的水平.与 ISSM 算法、RSS 算法和 TOPS 算法相比,本文算法在分辨率、估计误差等方面更优.本文中,算法的性能主要是通过仿真比较体现出来的,后续研究工作的一个重点将是理论上推导本文算法的性能参数.

#### 参考文献

- [1] DOAN S V, VESELY J, JANU P, et al. Algorithm for obtaining high accurate phase interferometer [A]. Proceedings of 26th International Conference Radioelektronika [C]. Kosice, Slovakia; IEEE Press, 2016. 433 – 437.
- [2] 陈志菲, 孙进才, 侯宏. 宽带 DOA 估计的类 MUSIC 波束形成算法 [J]. 电子学报, 2011, 39(6): 1257 – 1260.  
CHEN Z, SUN J, HOU H. MUSIC-like beamforming method for wideband DOA estimation [J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(6): 1257 – 1260. (in Chinese)
- [3] 熊坤来, 刘章孟, 柳征, 等. 基于 EM 算法的宽带 DOA 估计及盲分离 [J]. 电子学报, 2015, 43(10): 2028 – 2033.  
XIONG K, LIU Z, LIU Z, et al. Broadband DOA estimation and blind source separation based on EM algorithm [J]. Acta Electronica Sinica, 2015, 43(10): 2028 – 2033. (in Chinese)
- [4] WEN F, WAN Q, FAN R, et al. Improved MUSIC algorithm for multiple noncoherent subarrays [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2014, 21(5): 527 – 530.
- [5] LI P, ZHANG M, ZHONG Z. Integrative wideband DOA estimation method based on sparse representation [J]. Electronics Letters, 2011, 47(22): 1251 – 1252.
- [6] YU K, ZHANG Y, BAO M. DOA estimation from one-bit compressed array data via joint sparse representation [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2016, 23(9): 1279 – 1283.
- [7] He Z, Liu Q, Jin L. Low complexity method for DOA estimation using array covariance matrix sparse representation [J]. Electronics Letters, 2013, 49(3): 228 – 230.
- [8] WAX M, SHAN T, KAILATH T. Spatiotemporal spectral analysis by eigenstructure methods [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1984, 32(4): 817 – 827.
- [9] YOON Y, KAPLAN L M, MCCLELLAN J H. TOPS: new DOA estimator for wideband signals [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(6): 1977 – 1989.
- [10] 李焜, 方世良. 基于波束域的子空间正交性测试宽带 DOA 估计方法研究 [J]. 信号处理, 2012, 28(1): 131 – 138.
- LI K, FANG S. Research on the wideband DOA estimation with test of orthogonality of subspace based on beamspace [J]. Signal Processing, 2012, 28(1): 131 – 138. (in Chinese)
- [11] WANG H, KAVEH M. Coherent signal-subspace processing for the detection and estimation of angles of arrival of multiple wide-band sources [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1985, 33(4): 823 – 831.
- [12] FENG D, BAO M, Ye Z, et al. A novel wideband DOA estimator based on Khatri-Rao subspace approach [J]. Signal Processing, 2011, 91(10): 2415 – 2419.
- [13] 潘捷, 周建江. 基于凸优化的 Khatri-Rao 子空间宽带 DOA 估计 [J]. 电子与信息学报, 2013, 35(1): 80 – 84.  
PAN J, ZHOU J. Khatri-Rao subspace wideband DOA estimation based on convex optimization [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2013, 35(1): 80 – 84. (in Chinese)
- [14] PAL P, VAIDYANNATHAN P P. A novel autofocusing approach for estimating directions-of-arrival of wideband signals [A]. Proceedings of the Forty-Third Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers [C]. Pacific Grove, California; IEEE Press, 2009. 1663 – 1667.
- [15] MILIC D N, PAVLOVIC V D. A new class of low complexity low-pass multiplierless linear-phase special CIC FIR filters [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2014, 21(12): 1511 – 1515.
- [16] HUNG H, KAVEH M. Focusing matrices for coherent signal-subspace processing [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1988, 36(8): 1272 – 1281.

#### 作者简介



张兴良 男, 1985 年生于安徽庐江, 博士. 现为 94855 部队工程师, 研究方向为阵列信号处理.  
E-mail: tianyawubian@sina.com



樊甫华 男, 1975 年生于安徽繁昌, 博士. 现为国防科技大学电子对抗学院副教授, 研究方向为阵列信号处理、电子对抗信号处理.  
E-mail: davidfancei@163.com